

# Knik van een verend gesteunde kolom in een raamwerk

In *Bouwen met Staal 177* is in de rubriek **Vraag & Antwoord** een vraag behandeld over knikstabiliteit van een verend gesteunde kolom die onderdeel is van een raamwerk. Het antwoord ging in op de eisen aan de sterkte en de stijfheid om de zijbeuken in rekening te kunnen brengen als (verende) ondersteuning of knikverkorters van de kolommen van de hoge middenbeuk. De zijbeuken waren aangenomen als (star of flexibel) geschoord en de middenbeuk als star geschoord. In de bijbehorende schets was echter geen windverband of andere schoor aangegeven voor de zijbeuken. Doordat schets en antwoord niet op elkaar aansloten, heeft deze vraag veel verwarring opgeleverd. Het antwoord op deze vraag hangt namelijk in hoge mate af van de vraag of de zijbeuken geschoord zijn. Voor de kniklast van een meerbeukig raamwerk moet, indien de zijbeuken ongeschoord zijn, de constructie als geheel worden beschouwd. Berekening van de beuken afzonderlijk kan dan leiden tot een verkeerde kniklengte.

dr. ir. M.C.M. Bakker, ir. J. Maljaars, prof. ir. H.H. Snijder en ir. H.M.G.M. Steenbergen  
Johan Maljaars en Henri Steenbergen zijn werkzaam bij TNO Bouw en Ondergrond. Monique Bakker, Bert Snijder en Johan Maljaars zijn werkzaam aan de TU Eindhoven, Faculteit Bouwkunde, Unit Constructief Ontwerpen en Uitvoeringstechniek. Maljaars, Steenbergen en Snijder zijn lid van de Technische Commissie 8, Stabiliteit, van Bouwen met Staal (BmS-TC8).

De vraag uit Vraag & Antwoord (182) uit *Bouwen met Staal 177* luidde (letterlijk citaat): *Een industriehal bestaat uit een hoge geschoorde middenbeuk met aan weerszijden een lagere zijbeuk. De kolommen van de hoge middenbeuk zijn te schematiseren tot een centrisc belaste kolom met op halve hoogte een verende ondersteuning (de lage zijbeuk). Hoe moet ik de bezwijkbelasting bepalen van de kolommen van de middenbeuk?*

Het antwoord hangt sterk af van de vraag of de zijbeuken geschoord zijn (zie afb. 1). Er is nagegaan wat de kniklengte is als de zijbeuken geschoord zijn en wat de kniklengte is als de zijbeuken ongeschoord zijn. In het geval de zijbeuken geschoord zijn, is ervan uitgegaan dat de toegepaste windverbanden en de windbokken in de kopgevel voldoende stijf en sterk zijn om te kunnen functioneren als starre schoren. Daarmee vormen de zijbeuken een volledig stijve steun voor de middenbeuk.

## Toetsing

Als de zijbeuken star geschoord zijn kan de toetsing inderdaad plaatsvinden zoals in het antwoord: bij een twee maal zo hoge middenbeuk is de (elastisch effectieve) kniklengte van de kolom gelijk aan de halve systeemplaatste veer (afb. 3). Dit levert een systeem voor de middenbeuk op zoals in afbeelding 2.

Zijn geen windverbanden en windbokken aangebracht bij de zijbeuken, dan zijn deze ongeschoord. De zijbeuken oefenen dan op drie wijzen invloed uit op de stabiliteit van de middenbeuk. Allereerst kan de zijbeuk gezien worden als een onder een helling geplaatste veer (afb. 3). De normaalkrachtverdeling in de kolom van de middenbeuk wordt hierdoor beïnvloed door krachtoverdracht naar de zijbeuk. Maar omdat in het algemeen buigvervormingen groot zijn ten opzichte van vervorming door normaalkracht, trekt de zijbeuk weinig normaalkracht naar zich toe en kan de veer horizontaal worden gemodelleerd. De stijfheid die de zijbeuk geeft, zorgt voor een verende ondersteuning van de kolom van de middenbeuk. Dit heeft een gunstige invloed op de kniklast. Ten tweede heeft een belasting op

het dak van de zijbeuk daarentegen een ongunstige invloed op de normaalkrachtverdeling in de kolom van de middenbeuk, omdat een deel van de belasting naar de middenbeuk wordt afgedragen. Ten derde moet de middenbeuk zorg dragen voor de stabiliteit van de zijbeuken. Zonder de middenbeuk zijn de zijbeuken kinematisch onbepaald en vallen ze om. De belasting op de zijbeuken heeft een ongunstige invloed op de kniklengte van de kolommen van de middenbeuk, omdat de zijbeuken als aanpendelende staven werken. Doordat de zijbeuken de stabiliteit van de middenbeuk beïnvloeden moet voor de toetsing van de kolommen in zij- en middenbeuk de kniklengte bepaald worden met de Eulerse kniklast voor het gehele raamwerk.

## Rekenvoorbeeld

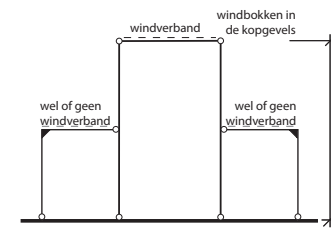
Een rekenvoorbeeld in vijf stappen licht een ander toe. Van alle stappen (afb. 4) wordt de Eulerse kniklast en kniklengte bepaald met een handberekening en/of computerberekening met de Eindige-Elementen-Methode. In dit voorbeeld zijn de zijbeuken even hoog als breed: 4 m. De middenbeuk is 8 m hoog. Voor alle liggers en kolommen zijn HEB-profielen gekozen. Voorts wordt aangenomen dat puntlasten op de kolommen van de middenbeuk en de kolommen van de zijbeuk aangrijpen. Alle puntlasten zijn even groot. *Stap 1.* De Eulerse kniklast is met een handberekening bepaald voor een portaal zonder zijbeuken. De knikvorm is te zien in afbeelding 4. De (effectieve) kniklengte ( $\ell_k$ ) van de kolom is gelijk aan de systeemplaatste veer ( $\ell_k = \ell_{sys} = 2\ell = 8$  m).

$$\ell_k = \ell_{sys} = 2\ell = 8 \text{ m}$$

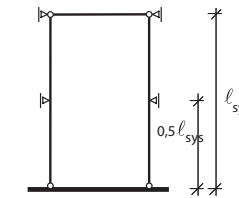
*Stap 2.* Ook bij star geschoorde zijbeuken is de kniklengte eenvoudig met de hand te bepalen. De kniklengte van de kolom is:

$$\ell_k = 0,5\ell_{sys} = \ell = 4 \text{ m}$$

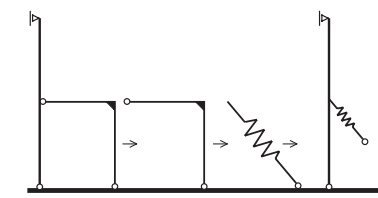
*Stap 3.* In deze stap is sprake van ongeschoorde zijbeuken. Er grijpt enkel een puntlast F aan op de kolommen van de middenbeuk, terwijl de zijbeuken onbelast zijn. In de praktijk zal de Eulerse kniklast van zo'n raamwerk met de Eindige-Elementen-Methode (EEM)



1. Raamwerk bestaande uit een star geschoorde middenbeuk en al dan niet geschoorde zijbeuken.

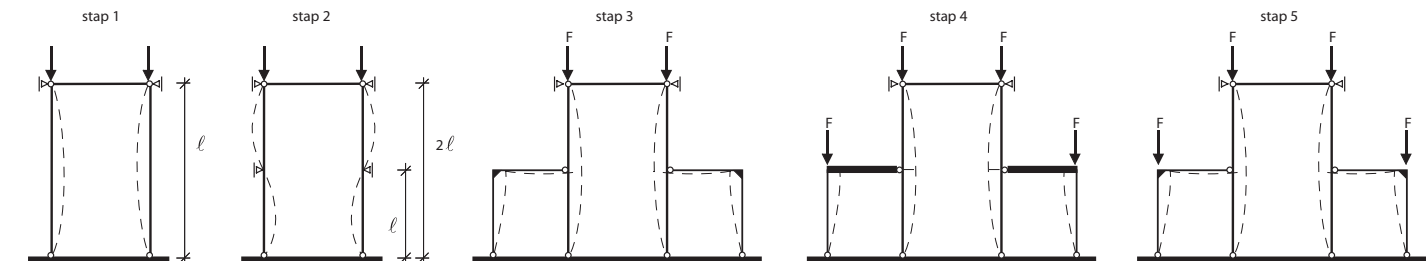


2. Systeem middenbeuk bij star geschoorde zijbeuken.



3. Invloed zijbeuk op normaalkracht kolom.

4. Stappenschema met knikvormen.



$$\ell_k = \ell_{sys} = 2\ell = 8 \text{ m}$$

$$\ell_k = 0,5\ell_{sys} = \ell = 4 \text{ m}$$

$$\ell_k = 1,80\ell = 7,20 \text{ m}$$

$$\ell_k = \ell_{sys} = 2\ell = 8 \text{ m};$$

$$\ell_k = 2,14\ell = 8,57 \text{ m}$$

worden bepaald, maar een analytische berekening levert goed inzicht in het constructieve gedrag. Uit de Eindige-Elementenanalyse blijkt dat de normaalkracht (N) in het onderste deel van de kolom van de middenbeuk vrijwel gelijk is aan de normaalkracht in het bovenste deel, namelijk 99,9 % van de puntlast (F). De diagonale veer in afbeelding 3 kan derhalve inderdaad geschematiseerd worden als een horizontale veer. Uit de Eindige-Elementenanalyse blijkt voor de normaalkracht en de kniklengten van de kolom te gelden: Voor bovenste deel kolom:

$$N = 1 \cdot F \rightarrow \ell_k = 7,172 \text{ m} = 1,79\ell$$

Voor onderste deel kolom:

$$N = 0,999F \rightarrow \ell_k = 7,175 \text{ m} = 1,79\ell$$

Bij de analytische bepaling van de kniklengten, waarin in de afleiding al uitgegaan is van een horizontale veer, wordt gevonden dat de kniklengte gelijk is aan:

$$\ell_k = 1,80\ell = 7,20 \text{ m}$$

De kniklengten uit beide berekeningen komen goed overeen. Voor dit portaal geldt dus dat de kniklengte van de kolom van de middenbeuk kleiner is dan bij een portaal zonder zijbeuk en groter dan bij star geschoorde zijbeuken. *Stap 4.* Op het raamwerk met ongeschoorde zijbeuken wordt ook een puntlast aangebracht op de kolommen van de zijbeuken. De HEB-profielen voor de liggers van de zijbeuken zijn vervangen door oneindig stijve liggers. De kniklengte van de kolommen is weer met de hand af te leiden.

Doordat de liggers niet kunnen vervormen en de zijbeuken half zo hoog zijn als de middenbeuk, zijn de kniklengten van de kolommen van de middenbeuk en de kolommen van de zijbeuk gelijk. Voor de kniklengte geldt:

$$\ell_k = \ell_{sys} = 2\ell = 8 \text{ m}$$

*Stap 5.* Tot slot hetzelfde raamwerk met een puntlast aangrijpend op alle kolommen en voor de liggers van de zijbeuken weer het HEB-profiel. Hiervoor is de kniklengte wederom bepaald met beide rekenmethodes. Uit de EEM-berekening blijkt, net als bij stap 3, dat de normaalkracht in het onderste deel van de kolom van de middenbeuk gelijk is aan de normaalkracht in het bovenste deel. Voor beide delen geldt:

$$\ell_k = 8,57 \text{ m} = 2,14\ell$$

In de EEM-berekening wordt geen onderscheid gemaakt tussen knik van midden- en zijbeuk. Omdat de normaalkracht in de zijbeuk gelijk is aan de normaalkracht in de middenbeuk en ook de buigstijfheden van de kolommen gelijk zijn, geldt voor de kolom van de zijbeuk eveneens:

$$\ell_k = 8,57 \text{ m} = 2,14\ell$$

Ook nu is het weer mogelijk een analytische oplossing te bepalen. De kniklengte is dan:

$$\ell_k = 2,16\ell = 8,64 \text{ m}$$

De EEM en analytisch bepaalde kniklengten komen weer goed overeen. Het blijkt dat de

kniklengte van de middenkolom *groter* is dan de systeemplaatste veer, veroorzaakt door de aanpendelende belasting op de zijbeuken.

## Conclusies

De analyse geeft de volgende conclusies.

- Voor de bepaling van de kniklast van een meerbeukig raamwerk is het noodzakelijk het hele raamwerk te beschouwen. Analyse van alle beuken afzonderlijk kan leiden tot een verkeerde kniklast als interactie tussen de beuken niet meegenomen wordt;
- De kniklengte van een meerbeukig raamwerk hangt af van de zijdelingse stijfheid van en de belasting op alle beuken. Daardoor kan de knikbelasting van het hele raamwerk lager of hoger zijn dan de knikbelasting van een (geschoorde) kolom uit het raamwerk;
- Het schoren van alle beuken van een meerbeukig raamwerk levert een hogere kniklast op dan in geval van het schoren van slechts één beuk;
- Het bepalen van de knikbelasting kan analytisch of met de Eindige-Elementen-Methode. Hoe complexer het raamwerk hoe aantrekkelijker de bepaling met de Eindige-Elementen-Methode. •

Dit artikel is gebaseerd op een uitgebreid en rekenkundig onderbouwd artikel van dezelfde auteurs. Het volledige artikel is integraal gepubliceerd op [www.bouwenmetstaal.nl](http://www.bouwenmetstaal.nl) onder 'tijdschrift'. Daar komen ook andere artikelen te staan waarvan de samenvatting wordt gepubliceerd in *Bouwen met Staal* én (samenvattingen van) niet gepubliceerde essays, proefschriften of andere wetenschappelijke artikelen.