

## Steungevende werking van betonnen vloerplaten op de kipstabiliteit van stalen liggers

H.H. Snijder, J.C.D. Hoenderkamp en J. Maljaars

Alle auteurs zijn werkzaam aan de Technische Universiteit Eindhoven, faculteit Bouwkunde. Johan Maljaars is tevens werkzaam bij TNO Bouw en Ondergrond. Bert Snijder en Johan Maljaars zijn lid van de Technische Commissie Stabiliteit van Bouwen met Staal (BmS/TC8).

Geprefabriceerde betonnen vloerplaten worden veelvuldig toegepast in de staalskeletbouw. In het ontwerp van de stalen liggers wordt de zijdelingse steungevende werking van los opgelegde betonnen vloerplaten normaal gesproken verwaarloosd. Het is echter te verwachten dat de betonnen vloerplaten wel enige steun tegen zijdelings verplaatsen en roteren zullen geven, waardoor de weerstand tegen kippen van de ligger gunstig beïnvloed wordt. Enige steun is zelfs te verwachten wanneer geen constructieve verbindingen (zoals deuvels) aangebracht zijn tussen de bovenflens van de ligger en de betonnen vloer.

Om de steungevende werking van een los opgelegde betonnen vloer op de stabiliteit van een stalen ligger te onderzoeken, zijn twee proeven uitgevoerd. De eerste proef is een zogenaamde referentieproef op een 7,2 m lange ligger (IPE 240, S235) belast op vierpuntsbuiging. In deze proef is de ligger enkel ter plaatse van de uiteinden zijdelings gesteund, door middel van vorkopleggingen, en er is geen betonnen vloer aanwezig. In de tweede proef is een betonnen vloerplaat met een breedte van 1,2 m aangebracht in het midden van eenzelfde ligger met vorkopleggingen aan de uiteinden. Tussen vloerplaat en ligger is een rubberen strip aangebracht. Er is geen constructief verbindingsmiddel toegepast. De proefresultaten zijn vergeleken met theoretische analyses en met eindige-elementensimulaties.

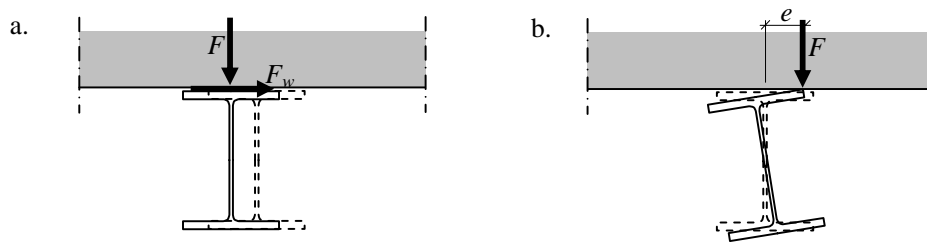
De proeven en modellen lieten zien dat de betonnen vloerplaat steun levert tegen kippen van de ligger. De ligger behaalde bijna de volledige plastische bezwijklast. De resultaten van dit vooronderzoek zijn dus veelbelovend. Nader onderzoek is gewenst om de steungevende werking van betonnen vloerplaten op de kipstabiliteit van stalen liggers te kwantificeren.

### 1 Inleiding

Geprefabriceerde betonnen vloerplaten op stalen liggers worden veelvuldig toegepast in de bouw. Om contactgeluid te minimaliseren, wordt afgezien van het toepassen van constructieve verbindingsmiddelen tussen ligger en vloerplaat, zoals deuvels. In dergelijke gevallen worden vaak strips van rubber of vilt toegepast tussen de stalen ligger en de betonnen vloerplaten. Een dergelijke oplegstrip wordt veelvuldig toegepast ter voorkoming van geluids- en trillingsoverdracht in bijvoorbeeld theaters. In het ontwerp van de ligger wordt de zijdelingse- en rotatiesteun die de vloerplaten verzorgen tegen kippen van de ligger normaal gesproken niet meegenomen. Dit is een veilige aanpak. Zelfs zonder constructieve verbindingsmiddelen zullen de betonnen vloerplaten echter enige steun leveren tegen kippen van de ligger. Twee typen steun worden onderscheiden (figuur 1):

- De zijdelingse verplaatsing van de stalen ligger wordt mogelijk (gedeeltelijk) verhinderd ten gevolge van wrijving tussen de vloer en de stalen ligger;
- De rotatie van de bovenflens van de stalen ligger wordt mogelijk (gedeeltelijk) verhinderd, aangezien het aangrijpingspunt van de belasting zich verplaatst naar de flenstip als de ligger gaat roteren. Dit veroorzaakt een terugwerkend moment.

Het is zelfs mogelijk dat het kippen van de ligger volledig wordt tegengegaan door de aanwezigheid van de vloerplaat.



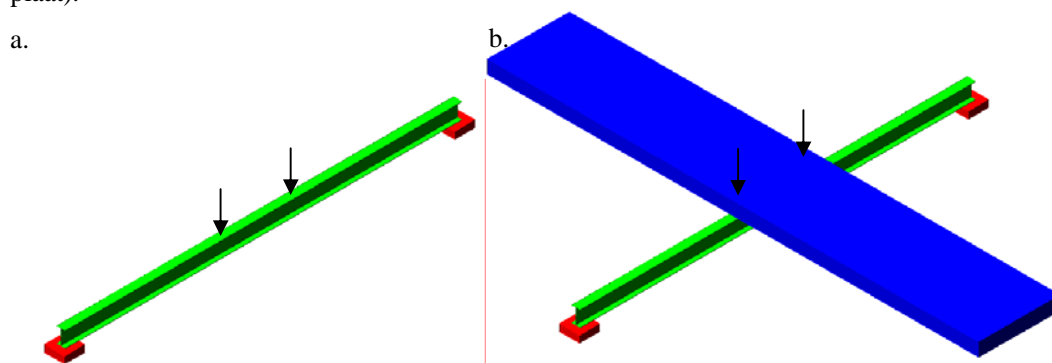
Figuur 1: Mogelijke typen van steun tegen kip, verzorgd door een los opgelegde betonnen vloer

Om de steungevende werking van de geprefabriceerde betonnen vloerplaten op de kipstabiliteit van een op buiging belaste ligger te onderzoeken, zijn twee proeven uitgevoerd. De proeven zijn gesimuleerd met gebruikmaking van de eindige-elementenmethode (EEM). Een vergelijking is gemaakt van de last-verplaatsingsdiagrammen en de uiterste draagkracht van de liggers. De uiterste draagkracht is ook vergeleken met de resultaten van theoretische analyses.

## 2 Uitgevoerde proeven

In een praktijksituatie is een betonnen vloer normaliter aanwezig over de gehele lengte van een stalen ligger. De liggers zijn soms doorgaand over meerdere steunpunten. Echter, het beproeven van een dergelijke situatie in een laboratorium zou leiden tot een zeer complexe proefopstelling. In plaats hiervan zijn liggers toegepast met vorkopleggingen aan de uiteinden. De toegepaste liggers zijn IPE 240 profielen van S235 met een lengte van 7,2 m. Als vloerplaat is een enkele, 1,2 m brede, geprefabriceerde betonnen plaat (B35) aangebracht in het midden van de ligger op de bovenflens. De lengte van de vloerplaat was 1,5 m en de dikte was 200 mm. Tussen ligger en vloerplaat is een rubberen strip aangebracht met een breedte van 100 mm en een dikte van 20 mm.

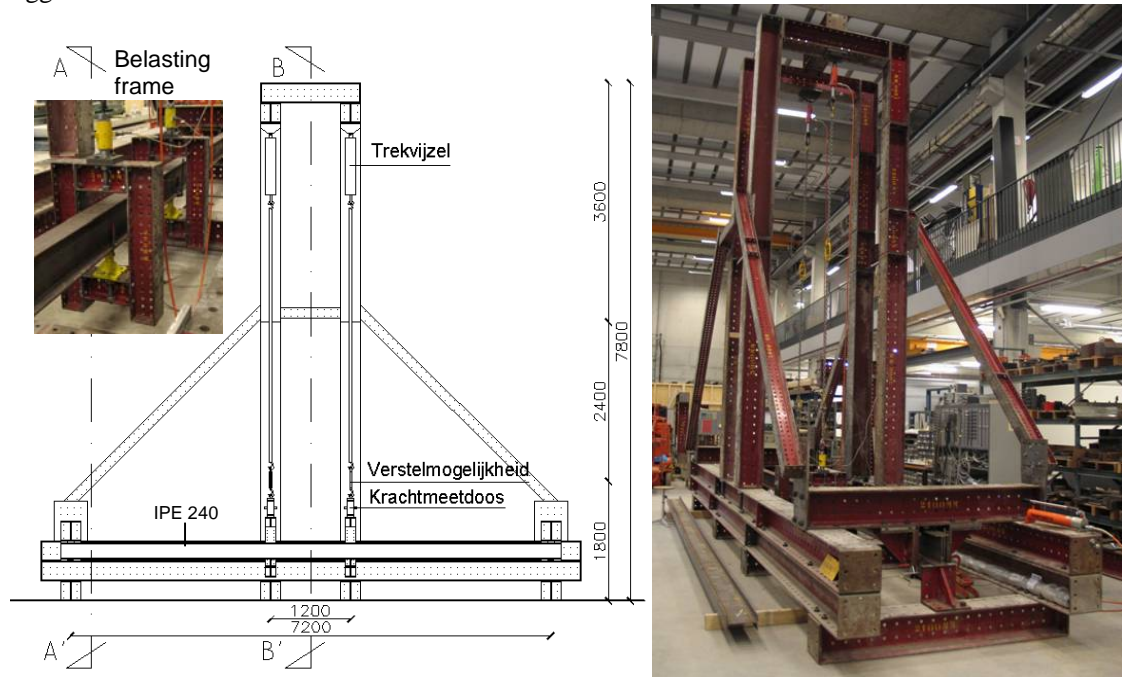
Twee verschillende vierpuntsbuigproeven zijn uitgevoerd: een referentieproef zonder betonnen vloerplaat en eenzelfde proef met betonnen vloerplaat. De verwachting is dat de ligger meer doorbuigt dan de betonnen vloerplaat. Hierdoor zal de krachtoverdracht tussen de betonnen vloerplaat en de stalen ligger geconcentreerd zijn aan de randen van de plaat. Om deze reden is de belasting aangebracht door middel van twee afzonderlijke vijzels nabij de randen van de betonnen vloerplaat. De twee proeven zijn schematisch weergegeven in figuur 2. De vloeigrens van het materiaal van beide profielen is bepaald in uniaxiale trekproeven. De gemiddelde waarden van de vloeispanning waren  $308 \text{ N/mm}^2$  voor proef 1 (de referentieproef) en  $306 \text{ N/mm}^2$  voor proef 2 (de proef met betonnen plaat).



Figuur 2: Proef 1 zonder betonnen vloerplaat (a) en proef 2 met betonnen vloerplaat (b)

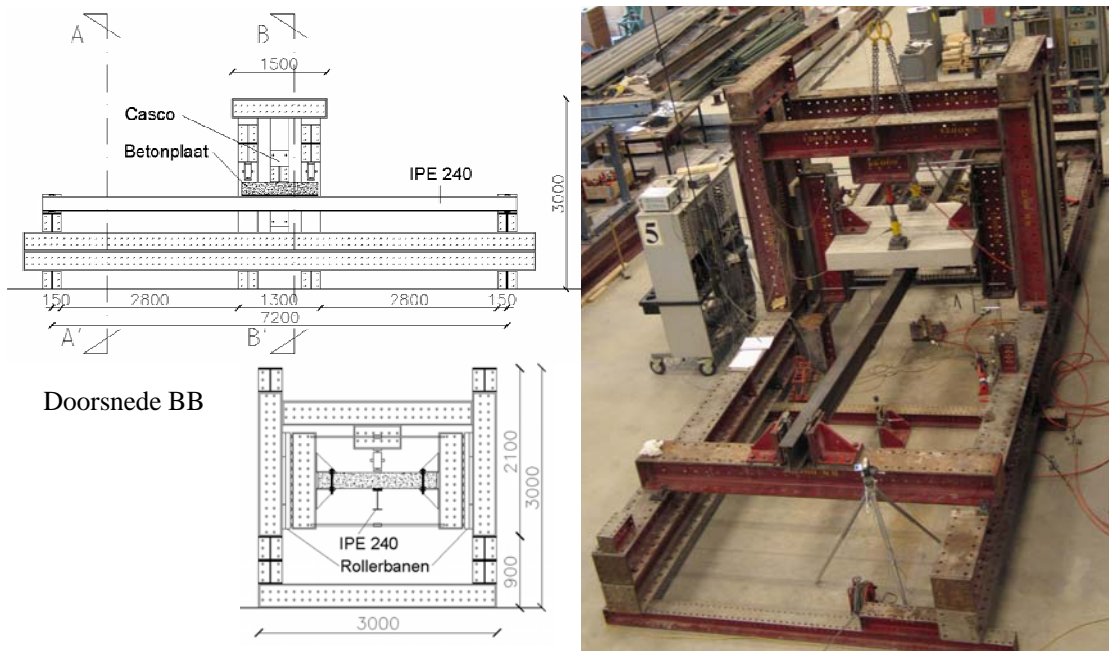
## 2.1 Proefopstelling

Proef 1 is uitgevoerd met twee op trek belaste puntlasten, waarbij de ligger op zijn kop is beproefd. Gedurende de proef moesten de werklijnen van de puntlasten verticaal blijven, zonder te roteren als de ligger zou gaan kippen. Om deze reden is een 7,8 m hoog frame opgezet, waarbij de vijzels met kettingen verbonden werden tussen de ligger en de bovenzijde van het frame (figuur 3). Door de toegepaste hoogte blijven de puntlasten nagenoeg verticaal. Om de ligger werden zogenaamde belastingframes aangebracht om de belasting te kunnen laten aangrijpen aan de onderflens van de ligger.



Figuur 3: Proefopstelling voor proef 1 – zonder betonnen vloerplaat

Proef 2 is uitgevoerd met op druk belaste puntlasten, met de ligger in 'normale' positie (figuur 4). De belasting werd aangebracht op de betonnen plaat. Tijdens de proef mocht de betonnen vloerplaat niet roteren of zijdelings verplaatsen. Dit werd bewerkstelligd door het aanbrengen van een frame rond de betonnen plaat, dat door middel van verticale rolpleggingen op zijn plaats werd gehouden (figuur 4). De eindopleggingen van de liggers in beide proeven waren identiek, met aan de ene kant een scharnierende oplegging en aan de andere kant een rol. De vorkopleggingen werden gecreëerd door het toepassen van verticale rollen, zoals weergegeven in figuur 5.



Figuur 4: Proefopstelling voor proef 2 – met betonnen vloerplaat

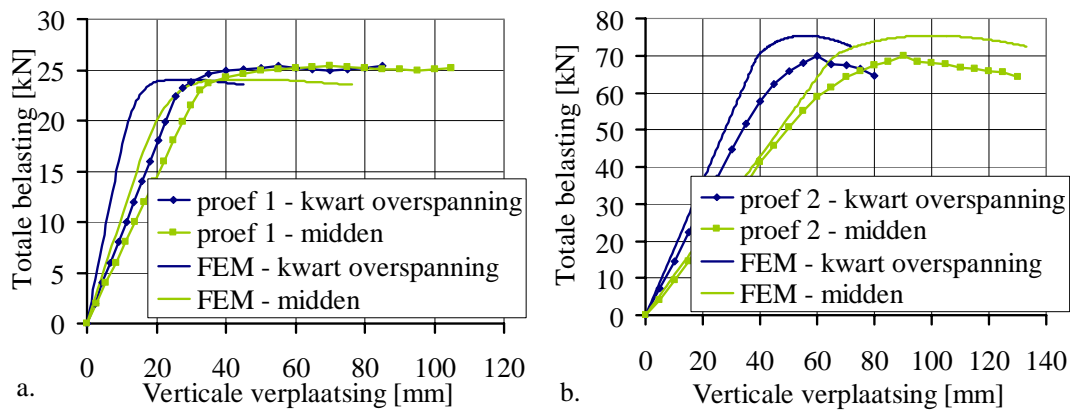


Figuur 5: Vorkoplegging

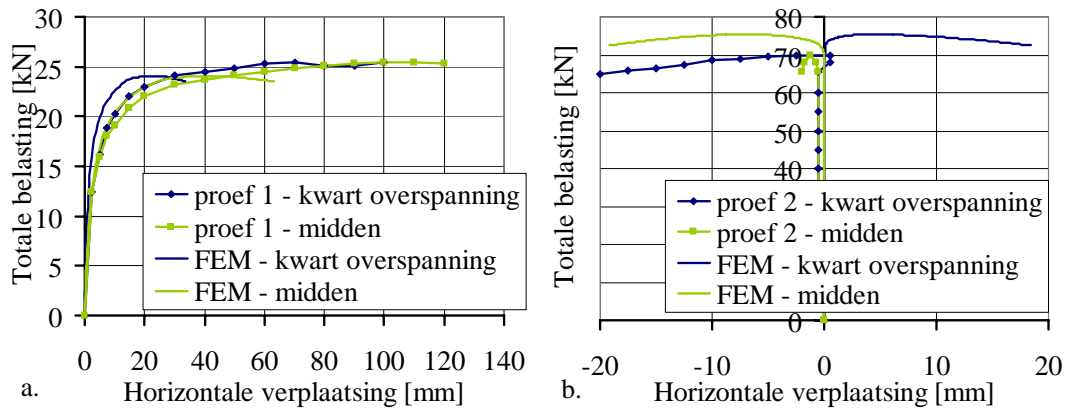
## 2.2 Proefresultaten

Horizontale en verticale verplaatsingen zijn gemeten in het midden en op een kwart van de overspanning van de liggers. In het midden van de ligger zijn ook de rekken in de flenzen gemeten door middel van rekstroken. In figuur 6 is de belasting uitgezet tegen de verticale verplaatsingen in het midden en op een kwart van de overspanning van de liggers in proef 1 en proef 2. In figuur 7 is de belasting uitgezet tegen de horizontale verplaatsingen in het midden en op een kwart van de overspanning van de liggers. In de figuren zijn tevens eindige elementenresultaten aangegeven (zie paragraaf 3).

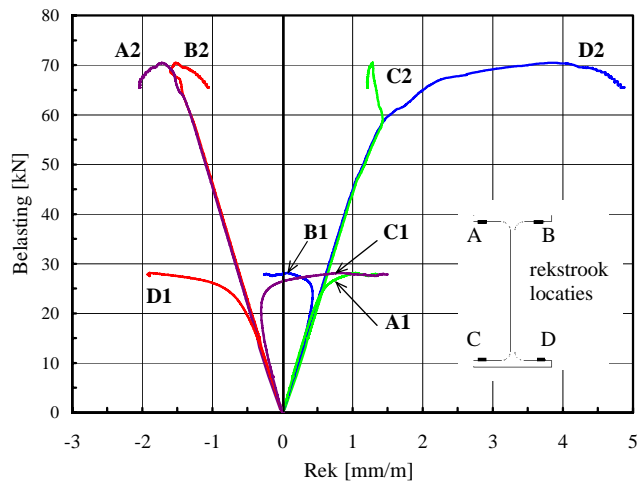
In figuur 8 is de belasting uitgezet tegen de rekken in het midden van de overspanning. De rekken zijn op 4 plaatsen gemeten: aan de binnenzijde van de flenzen en aan beide zijden van het lijf.



Figuur 6: Belasting versus verticale verplaatsing (a. proef 1; b. proef 2)



Figuur 7: Belasting versus horizontale verplaatsing (a. proef 1; b. proef 2)



Figuur 8: Belasting versus rek in het midden van de ligger

### 2.3 Bespreking van de proefresultaten

De uiterste draagkracht van proef 1 was  $F_{exp} = 25,4$  kN. Uit de test, en uit figuren 7a en 8, blijkt dat de ligger bezweek door kip. Figuur 7a geeft aan dat de ligger zijdelings verplaatst, figuur 8 geeft aan dat

de rekken veranderen van trek naar druk en vice versa. Dit geeft aan dat de doorsnede van de ligger roteerde.

De uiterste draagkracht van proef 2 was  $F_{exp} = 70$  kN. Vervormingen uit het vlak of rotatie van de ligger, kenmerkend voor kip, werden niet geobserveerd tijdens de proef. Uit figuur 8 blijkt dat de rekken niet van teken veranderen, waaruit geconcludeerd kan worden dat rotatie inderdaad niet optreedt. Figuur 7b geeft aan dat de zijdelingse verplaatsing van het midden van de ligger zeer gering is. Op een kwart van de overspanning was de verplaatsing veel groter. De ligger vervormde feitelijk in een S-bocht, waarbij het midden van de ligger op zijn plaats blijft. De ligger verplaatste zijdelings na het bereiken van de uiterste draagkracht.

### 3 Eindige-elementensimulaties

De proeven zijn nagerekend met de eindige-elementenmethode (EEM) met gebruikmaking van het computerprogramma DIANA (Witte en Schreppers, 2005), om de proefresultaten te kunnen onderbouwen.

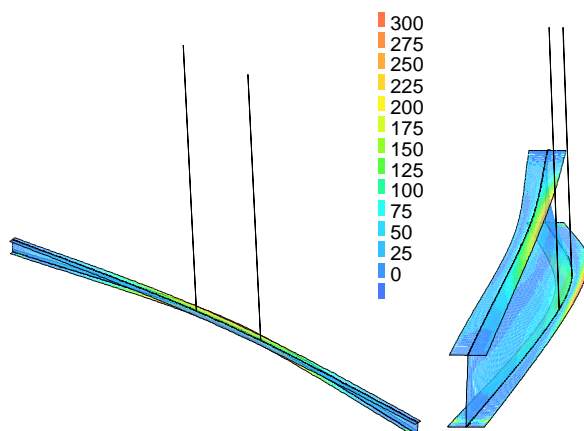
#### 3.1 Simulatie van proef 1

Het eindige elementenmodel is opgebouwd uit schaalementen met 8 knopen en 5 vrijheidsgraden per knoop (type CQ40S, figuren 9 en 10). Met deze elementen kan de afrondingsstraal bij de overgang van lijf naar flens niet gemodelleerd worden. Daarom zijn, ter plaatse van de aansluiting tussen lijf en flens, extra balkelementen met 2 knopen en 6 vrijheidsgraden per knoop (L12BE) en extra rotatieveren met 2 knopen (SP2RO) toegevoegd. De balkelementen compenseren het verschil in oppervlakte en traagheidsmoment tussen de werkelijke doorsnede en het model met schaalementen. De rotatieveren compenseren het verschil in de St. Venant torsieconstante.

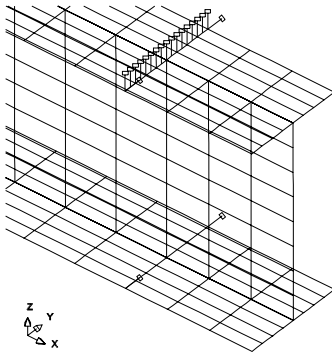
Net als in de proef, is de ligger op zijn kop gemodelleerd. De kettingen voor het aanbrengen van de belasting werden gemodelleerd met staafelementen met 2 knopen (L6TRU). De modellering van de vorkopleggingen is weergegeven in figuur 10.

Met het model is een geometrisch en fysisch niet lineaire analyse uitgevoerd. Omdat de imperfecties van de liggers in de proeven niet gemeten zijn is de eerste Eulerse knikvorm aangehouden als imperfectievorm, zodanig geschaald dat de maximum imperfectiewaarde gelijk is aan 1/1000 maal de overspanning. Een bilineair spannings-rekdiagram is toegepast.

De draagkracht, zoals bepaald in deze analyse, was  $F_{FEM} = 24,1$  kN. Figuur 9 geeft aan dat de bezwijkvorm overeenkomt met kip. In de figuren 6a en 7a is de belasting uitgezet tegen respectievelijk de verticale en horizontale verplaatsingen, en vergeleken met de proefresultaten. Het eindige-elementenmodel geeft een stijver gedrag weer dan de proef (figuur 6a). In het algemeen kan gesteld worden dat er een redelijk goede overeenkomst is tussen EEM en proef.



Figuur 9: Eindige-elementenmodel van proef 1 in vervormde toestand, met Von Mises spanningen aangegeven in kleuren [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]



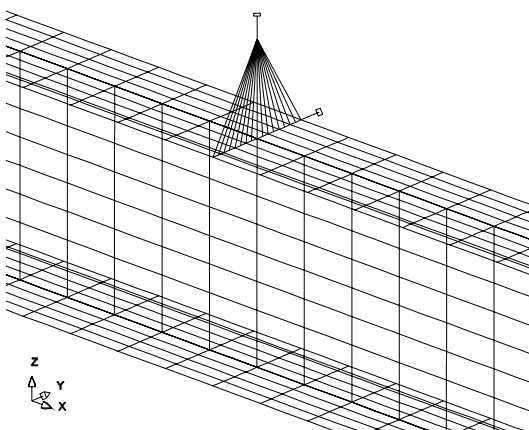
Figuur 10: Modelling van vorkoplegging

### 3.2 Simulatie van proef 2

Het eindige-elementenmodel voor proef 2 is opgebouwd op dezelfde wijze als beschreven voor proef 1. Er is aangenomen dat de belastingoverdracht van de betonnen plaat naar de ligger plaatsvindt aan de uiteinden van de plaat, gezien de relatief grote stijfheid van de vloerplaat in vergelijking met die van de ligger. Bij rotatie van de doorsnede van de ligger verplaatst het punt van belastinginleiding richting de flenstip (figuur 1b). Dit is gesimuleerd door tweeknoops veerelementen (SP2TR) toe te voegen aan de bovenflens ter plaatse van de belastinginleiding. De veerelementen hebben een hoge stijfheid voor druk en nagenoeg geen stijfheid voor trekbelasting. De veren, weergegeven in figuur 11, werken enkel in verticale richting.

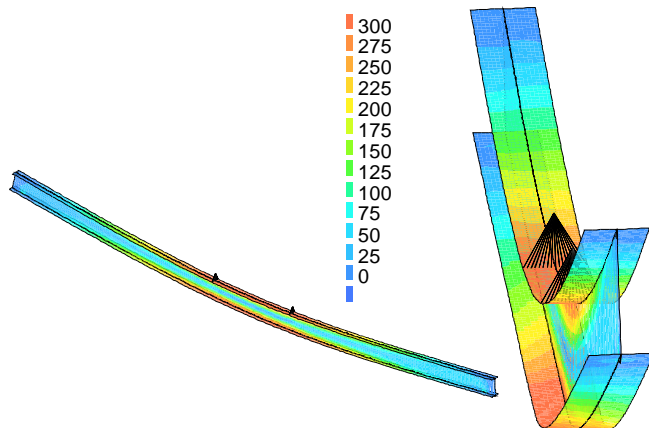
In figuur 11 is ook een zijdelingse steun aangegeven. Zonder deze zijdelingse steun wordt een ondergrens voor de werkelijke draagkracht gevonden (geen wrijvingskracht, figuur 1a). De grootte van de draagkracht voor dit geval bedroeg  $F_{FEM} = 57,7$  kN. Met zijdelingse steun wordt een bovengrens voor de werkelijke draagkracht gevonden (oneindig grote wrijvingskracht, figuur 1a). De draagkracht voor dit geval bedroeg  $F_{FEM} = 75,4$  kN.

De vervormingen en Von Mises spanningen bij de uiterste draagkracht voor dit geval zijn weergegeven in figuur 12. Uit de figuur blijkt dat kip niet optreedt. In de figuren 6b en 7b is de belasting uitgezet tegen de verticale en horizontale verplaatsingen. Er is een redelijk goede overeenkomst tussen het eindige-elementenmodel en de proef.



Figuur 11: Modelling van belastinginleiding voor proef 2





Figuur 12: Eindige-elementenmodel van proef 2 in vervormde toestand, met Von Mises spanningen aangegeven in kleuren [N/mm<sup>2</sup>]

#### 4 Theoretische analyses

De uiterste draagkracht is op twee manieren berekend: met behulp van de toetsingregels voor kip in Eurocode 3 (EN1993-1-1 2006) (artikel 6.3.2.1 en 6.3.2.2) en met behulp van de plasticiteitstheorie (theorie van het plastische mechanisme).

##### 4.1 Kiptheorie

De berekeningsprocedure en de resultaten van de berekening met behulp van de toetsingregels voor kip in Eurocode 3 zijn weergegeven in tabel 1.

**Tabel 1** Resultaten analytische berekening volgens kiptheorie.

		Proef 1 (Referentieproef)	Proef 2 (met betonplaat)
Elastisch kritische belasting, berekend volgens de EEM.	$F_{cr} =$	24,4 kN	140,8 kN*
Elastisch kritische moment.	$M_{cr} =$	$3 \cdot 24,4 / 2 = 36,6$ kNm	211,2 kNm
Plastisch Weerstandsmoment van de doorsnede.	$M_{pl} =$	$308 \cdot 366 \cdot 10^{-3} = 112,9$ kNm**	112,2 kNm**
Relatieve Slankheid	$\bar{\lambda}_{LT} =$	$\sqrt{112,9 / 36,6} = 1,756$	0,729
Instabiliteitskromme 'a' ( $h/b = 240/120 = 2 \leq 2$ )	$\Phi_{LT} =$	2,205	0,821
Reductiefactor	$\chi_{LT} =$	0,283	0,834
Maximaal buigend moment ten gevolge van de belasting.	$M_b =$	$0,283 \cdot 112,9 = 32,0$ kNm	93,6 kNm
Uiterste draagkracht	$F_b =$	$2 \cdot 32,0 / 3 = 21,3$ kN	62,4 kN

\* Hierbij is aangenomen dat de betonnen plaat een zijdelingse steun vormt ter plaatse van de belastinginleidingen zoals in Figuur 11.

\*\* Hierin is de gemeten waarde voor de vloeigrens toegepast.

##### 4.2 Plasticiteitstheorie

Als aangenomen wordt dat kip van de ligger in het geheel niet optreedt, kan de plastische bezwijklast berekend worden met de plasticiteitstheorie (mechanisme theorie, figuur 13). De interne arbeid in de



plastische scharnieren wordt beschreven met vergelijking (1), de externe arbeid geleverd door de belasting wordt beschreven met vergelijking (2).

$$A_i = 2 \cdot M_{pl} \cdot \phi \quad (1)$$

$$A_e = 2 \cdot \frac{1}{2} F \cdot \frac{L}{2,4} \cdot \phi \quad (2)$$

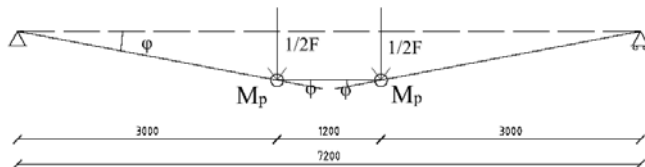
Aangezien de interne arbeid gelijk moet zijn aan de externe arbeid volgt:

$$2 \cdot M_{pl} \cdot \phi = 2 \cdot \frac{1}{2} F \cdot \frac{L}{2,4} \cdot \phi \quad (3)$$

De plastische bezwijklast wordt daarmee gelijk aan:

$$F_p = \frac{4,8}{L} M_{pl} \quad (4)$$

Uitwerking geeft:  $F_p = 75,3$  (75,5) kN.



Figuur 13: Plastisch mechanisme

## 5 Bespreking van de resultaten

De uiterste totale draagkracht volgens de proeven, de EEM en de theoretische analyses is weergegeven in tabel 1. De tabel geeft tevens de procentuele afwijkingen tussen de EEM en de proeven en tussen de theoretische waarden en de proeven.

Voor proef 1, zonder betonnen plaat, wordt de uiterste draagkracht goed voorspeld door de EEM (5% verschil). Een mogelijke verklaring voor het optredende verschil is dat in de EEM een initiële imperfectie aangebracht is die waarschijnlijk aan de conservatieve kant is. De theoretische uiterste draagkracht volgens de kiptheorie geeft een redelijke en conservatieve benadering van de experimenteel bepaalde draagkracht.

Voor proef 2, met betonnen plaat, vormen de waarden voor de uiterste draagkracht bepaald met de EEM, zoals verwacht, een bovengrens en een ondergrens van de experimenteel bepaalde draagkracht. De bovengrens komt dicht bij de experimenteel bepaalde waarde (-8 %). De theoretisch bepaalde waarde volgens de plasticiteitstheorie (-8 %) komt dicht bij de experimenteel bepaalde waarde dan die volgens de kiptheorie (11 %). De bovengrens van de uiterste draagkracht volgens de EEM wordt bevestigd met de plasticiteitstheorie.

De resultaten geven aan dat de betonnen vloerplaat bijna geheel voorkomt dat de ligger kipt, zodat de ligger bijna zijn plastische bezwijklast bereikt.

Tabel 2 – Uiterste totale draagkracht (kN)

	Resultaten			
	Experimenteel	EEM	Analytisch	
			Kiptheorie	Plasticiteits- theorie
proef 1 (referentieproef)	25,4	24,1 5%	21,3 16%	75,3 -196%
proef 2 (met betonnen vloerplaat)	70,0	57,7 (og) 18%	62,4 11%	75,5 -8%
		75,4 (bg) -8%		

pt=plasticiteitstheorie, EEM= eindige-elementenmethode, og=ondergrens, bg=bovengrens

## 6 Conclusies en aanbevelingen

Uit de proeven en analyses volgt dat de geprefabriceerde betonnen plaat, geplaatst op de ligger, steun verleent tegen het kippen van de ligger, ondanks het feit dat geen constructieve verbinding aangebracht is tussen ligger en betonnen plaat. De steungevende werking is zodanig dat de plastische bezwijklast van de ligger bijna geheel wordt bereikt. De resultaten van dit vooronderzoek zijn dus veelbelovend. Nader onderzoek is gewenst om de steungevende werking van betonnen vloerplaten op de kipstabiliteit van stalen liggers te kwantificeren, en om te bepalen in welke gevallen deze steun optreedt.

### Dankwoord

De auteurs van dit artikel willen Alexandre Swart en Rob Sterrenburg, studenten aan de Technische Universiteit Eindhoven, bedanken voor het uitvoeren van de proeven en voor hun bijdrage aan dit vooronderzoek (Swart en Sterrenburg, 2006). Ook willen de auteurs Henco Burggraaf en Henri Steenbergen, werkzaam bij TNO Bouw en Ondergrond, bedanken voor het uitvoeren van de eindige-elementenanalyses en hun bijdrage aan dit vooronderzoek (Burggraaf, Maljaars en Steenbergen, 2006)

### Referenties

- EN 1993-1-1:2005(E), Eurocode 3, Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for Buildings, 2006.
- De Witte, F.C., Schreppers, G.J. 2005. DIANA user manual release 9.1
- Swart, A., Sterrenburg, R. 2006. The influence of a non-connected concrete slab on the lateral torsional buckling stability of a steel beam. Rapport, Technische Universiteit Eindhoven, 2006.
- Burggraaf, H., Maljaars J, Steenbergen, H.M.G.M. 2006. Kip van ligger gesteund door betonnen plaat – eindige-elementenmodel voor narekenen van de proef, TNO Memorandum 2006-CI-M /BFHA.